

УДК 681.5.017+681.516.75

М. С. Юхимчук-Войтко**ГАРМОНІЧНА ЛІНЕАРИЗАЦІЯ САУ, ЩО КЕРУЄТЬСЯ КІНЦЕВИМ
АВТОМАТОМ ПІД ЧАС ДІЇ ПАРАМЕТРИЧНИХ ЗБУРЕНЬ**

Отримано аналітичні залежності, які дозволяють проводити гармонічну лінеаризацію систем, що керуються кінцевим автоматом, при впливі на них параметричних збурень, які призводять до змінення, з плином часу, параметрів нелінійних елементів.

Ключові слова: гармонічна лінеаризація, нестационарні нелінійні системи, параметричні збурення.

Постановка проблеми

Високі вимоги до якості, точності й надійності сучасних систем автоматичного управління складними об'єктами, параметри яких змінюються в широких межах у процесі роботи, призвели до необхідності розробки і використання нових принципів управління, серед них і використання логічних законів управління.

Саме тому в таких системах широко застосовуються логічні управляючі пристрої [1]. Вони широко використовуються в системах управління різноманітними літальними апаратами, виробничими процесами тощо. Системи такого класу зберігають переваги релейних систем, а саме: високу швидкість, простоту конструкцій, високий коефіцієнт підсилення по потужності [2].

Логічне керування в потрібний момент змінює рівень і знак управляючого впливу, що дозволяє значно зменшити амплітуду автоколивань.

У системах другого класу (з імпульсно-релейним логічним управлінням), залежно від величини відхилення, виникає імпульсний або релейний режим роботи. Імпульсний режим виникає під час зростання абсолютної величини відхилення, коли знаки відхилення і швидкості його зміни збігаються [1, 2].

Поведінка такого класу систем аналізується відомими методами [1, 2], які не можна використовувати при зміні їх параметрів. Але в реальних умовах експлуатації таких систем їхні параметри часто змінюються під впливом параметричних збурень. Тому виникає проблема такого розрахунку зміни параметрів, який дозволив би використовувати відомі методи аналізу поведінки класу систем, що розглядаються.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Для дослідження вищезазначених класів систем в інженерній практиці широко використовується, завдяки своїй простоті й ефективності, метод гармонічної лінеаризації [3]. Умовою його застосування є наявність фільтруючої властивості приведеної лінійної частини нелінійної системи. Цей метод може використовуватися під час дослідження систем з нефільтруючою лінійною частиною при двохчастотному і багаточастотному вхідному сигналі нелінійностей [4]. Отримані результати дозволяють досліджувати системи при постійних параметрах їх нелінійних елементів, тоді час як значне число систем вміщує різні

нелінійні елементи, що будуються за допомогою електричних схем, параметри яких, як відомо, змінюються під впливом зовнішніх неконтрольованих параметричних збурень (температури, вологості). Це призводить з часом до зміни параметрів нелінійних систем. У наявних публікаціях не розв'язуються задачі гармонійної лінеаризації систем зі зміною параметрів САУ, що керуються кінцевим автоматом.

Метою роботи є отримання аналітичних залежностей, які дозволяють проводити гармонійну лінеаризацію систем, що керуються кінцевим автоматом, під час впливу на них параметричних збурень, які призводять з часом до зміни параметрів нелінійних елементів. При цьому припускається, що основні припущення класичного методу гармонійної лінеаризації про фільтруючі властивості лінійної частини виконуються.

Основна частина

У роботі розв'язується задача визначення коефіцієнтів гармонійної лінеаризації для автоматичної системи, що керується кінцевим автоматом, функціональна схема якої наведена на рисунку 1 [5].

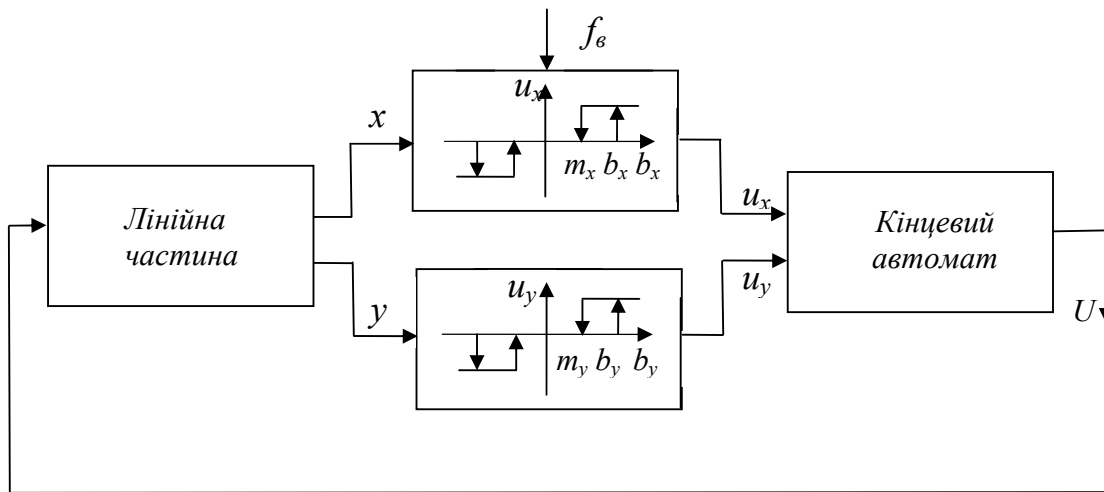


Рис.1. Функціональна схема САУ, яка керується кінцевим автоматом

За наявності в релейних елементах гістерезиса, вихідні сигнали U_x та U_y визначаються не лише значеннями вхідних сигналів X , Y , але й знаком їх похідних \dot{X} , \dot{Y} . У цьому випадку лінеаризоване рівняння логічного управляючого пристрою з релейним перетворювачем матиме вигляд [5]:

$$F(x, \dot{x}, y, \dot{y}) = \left(\frac{c_{10}}{A_y} + \frac{a_{10}}{A_y \omega} \cdot p \right) y + \left(\frac{b_{01}}{A_x} + \frac{a_{01}}{A_y \omega} \right) \cdot x, \quad (1)$$

де A_x , A_y – амплітуди вхідних сигналів X і Y , відповідно, ω – частота вхідних сигналів, p – оператор Лапласа.

Визначимо коефіцієнти c_{10} , a_{10} , b_{01} , a_{01} і, відповідно, вид виразу (1) за умови, що

параметри релейних перетворювачів (вхідний сигнал релейних елементів і ширина зони нечутливості) змінюються за лінійними законами. Ці закони зміни характерні при впливі на систему таких параметричних збурень, як: температура, вологість, запиленість.

При цьому значення відповідних коефіцієнтів визначаються за допомогою розкладу логічної функції, що описує кінцевий автомат з релейним перетворювачем сигналів у подвійний ряд Фур'є за допомогою співвідношень [5], які визначаються за умов, що параметри релейних перетворювачів змінюються за лінійними законами:

$$a_{10} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y, \quad (2)$$

$$a_{01} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_x d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_x d\Psi_x, \quad (3)$$

$$b_{01} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_x d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_x d\Psi_x, \quad (4)$$

$$c_{10} = \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \sin \Psi_y d\Psi_y, \quad (5)$$

де $\Psi_y = \omega t$, $\Psi_x = \omega t + \varphi$, а ω – частота сигналу $Y(t)$, φ – зсув фаз між сигналами $Y(t)$, $X(t)$.

Для розв'язання поставленого завдання, наведемо графічне представлення зміни сигналів на виході кінцевого автомата, за умови, що на входи релейних ланок із гістерезисом подаються гармонійні сигнали $X(t)$, $Y(t)$ [5].

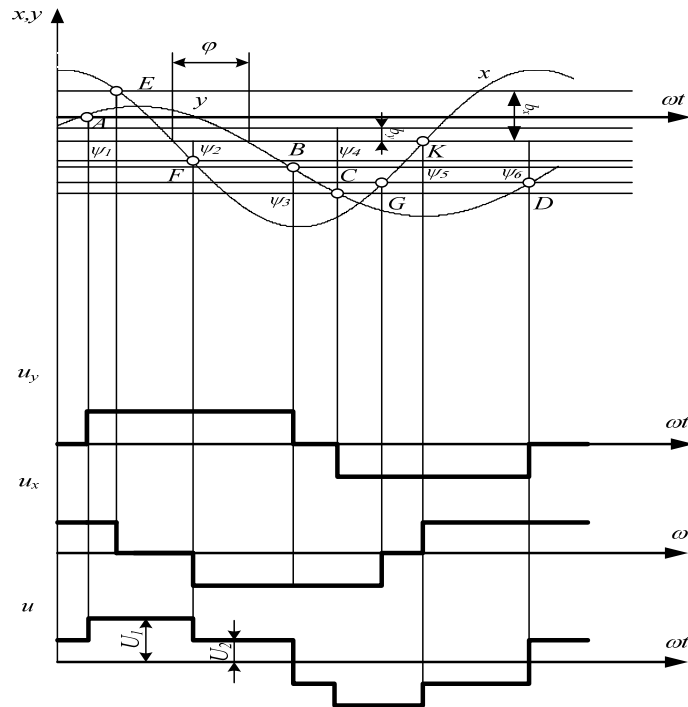


Рис. 2. Зміни сигналів у логічному управляючому пристрої при автоколиваннях

Як показано в роботі [5], при заданій логіці роботи логічного управляючого пристрою, яка наведена в таблиці 1, та зсуві фаз між вхідними сигналами, який задовольняє нерівності $0 < \varphi < 90^\circ$, $b_{01} = c_{10}$ та $a_{01} = a_{10}$. Підкреслимо, що в таблиці 1 U_1, U_2 – значення управляючого сигналу U .

Таблиця 1

U_x	0	0	0	+1	+1	+1	-1	-1	-1
U_y	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1	-1
U_1	0	1	-1	0	1	0	0	0	-1
U_2	0	0	0	1	0	-1	-1	1	0

Як впливає з рис. 2, переключення автомата відбувається в точках А, В, С, D та Е, F, G, К. Для визначення коефіцієнтів гармонійної лінеаризації визначимо координати точок А, F, В,

С, К, D. Координати цих точок визначаються співвідношеннями $\psi_1 = \arcsin \frac{b_y}{A_y}$,

$$\psi_2 = \pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}, \quad \psi_3 = \pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}, \quad \psi_5 = 2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}, \quad \psi_6 = 2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y},$$

відповідно [5].

У роботі [6] визначено, що під час впливу таких параметричних збурень, як: температура, запиленість, вологість – параметри вихідного сигналу релейної ланки з гістерезисом В та ширини зони нечутливості С будуть змінюватися за лінійними законами, тобто:

$$B(t) = b_0 \pm bt, b \ll b_0, \quad (6)$$

$$C(t) = c_0 \pm ct, c \ll c_0. \quad (7)$$

Використовуючи рис. 2 та (6), (7), інтеграл (2) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} a_{10} = & \frac{1}{2\pi^2} \iint_{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y d\Psi_x = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(x, x, y, y) \cos \Psi_y d\Psi_y = \int_0^{\psi_1} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \\ & + \int_{\psi_1}^{\psi_2} (U_{10} \pm U_1 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_2}^{\psi_3} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_3}^{\psi_4} (-U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_4}^{\psi_5} (-U_{10} \pm U_1 t) \cos \psi d\psi + \\ & + \int_{\psi_5}^{\psi_6} (-U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi + \int_{\psi_6}^{2\pi} (U_{20} \pm U_2 t) \cos \psi d\psi. \end{aligned} \quad (8)$$

Якщо знайти окремо кожен з інтегралів, який входить у співвідношення (8), знайдено остаточний вираз для коефіцієнта a_{10} .

$$\begin{aligned}
a_{10} = & U_{20} \frac{b_y}{A_y} \pm \frac{U_2}{\omega} \left[\frac{b_y}{A_y} (\arcsin \frac{b_y}{A_y}) + \sqrt{1 - (\frac{b_y}{A_y})^2} - 1 \right] + U_{10} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \cos \varphi \frac{b_x}{A_x}) - U_{10} \frac{b_y}{A_y} \pm \\
& \pm \frac{U_1}{\omega} [(\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \cos \frac{b_x}{A_x} + (\cos \varphi) \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi - (\arcsin \frac{b_y}{A_y}) (\frac{b_y}{A_y}) - \\
& - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}] - U_{20} \frac{b_y}{A_y} - U_{20} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [(\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \\
& - (\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) - (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [-(\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} - \\
& - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - (\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \sqrt{1 + \frac{b_y^2}{A_y^2}}] + U_{10} (\sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) - U_{10} \frac{b_y}{A_y} \pm \\
& \pm \frac{U_1}{\omega} [(2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\frac{b_x}{A_x} \cos \varphi - \sin \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}}) + (\cos \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) + (\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \\
& + \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} + U_{20} \frac{b_x}{A_x} - U_{20} (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [-(2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \frac{b_y}{A_y} + \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \\
& - (2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) + (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi)] + U_{20} \frac{b_y}{A_y} \pm \frac{U_2}{\omega} [1 + \\
& + (2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) (\frac{b_y}{A_y}) - \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}].
\end{aligned}$$

Аналогічно можна визначити коефіцієнт c_{10} .

$$\begin{aligned}
c_{10} = & -U_{20} \sqrt{1 - (\frac{b_y}{A_y})^2} + U_{20} \pm \frac{U_2}{\omega} [-\arcsin(\frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - (\frac{b_y}{A_y})^2} + (\frac{b_y}{A_y})] + \\
& + U_{10} (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) + U_{10} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_1}{\omega} [(\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi + \\
& + (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) + (\arcsin \frac{b_y}{A_y} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}) - \frac{b_y}{A_y} + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - U_{20} (\cos \varphi \sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} + \\
& + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) \pm \frac{U_2}{\omega} [(\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} + \frac{b_y}{A_y} + (\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) - \\
& - (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi)] \pm \frac{U_2}{\omega} [-2 \frac{b_y}{A_y} + 2 (\arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}}] + U_{10} (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) + \\
& + U_{10} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_{10}}{\omega} [-(2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) - (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi) - \\
& - (\pi + \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y}] + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - U_{20} (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) \pm \\
& \pm \frac{U_2}{\omega} [-(2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y} + (2\pi - \varphi + \arcsin \frac{b_x}{A_x}) (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \cos \varphi + \frac{b_x}{A_x} \sin \varphi) + \\
& + (\sqrt{1 - \frac{b_x^2}{A_x^2}} \sin \varphi - \frac{b_x}{A_x} \cos \varphi)] - U_{20} + U_{20} \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} \pm \frac{U_2}{\omega} [(-2\pi) + (2\pi - \arcsin \frac{b_y}{A_y}) \sqrt{1 - \frac{b_y^2}{A_y^2}} - \frac{b_y}{A_y}].
\end{aligned}$$

За допомогою визначених коефіцієнтів можна знайти лінеаризоване рівняння логічного управляючого пристрою з релейним перетворювачем (див. вираз (1)).

На відміну від відомих значень вищезазначених коефіцієнтів [5], вони залежать від амплітуди вхідних сигналів A_x , A_y , частоти вхідних сигналів ω , зсуву фаз між вхідними сигналами $X(t)$ та $Y(t)$, значень параметрів зміни вихідного сигналу та ширини зони нечутливості відповідних релейних перетворювачів.

Висновок

У роботі визначено коефіцієнти гармонійної лінеаризації нелінійної частини автоматичних систем, що керуються кінцевим автоматом під час впливу неконтрольованих параметричних збурень. Вищезазначені коефіцієнти знайдені за допомогою розкладу логічної функції, що описує кінцевий автомат з релейним перетворювачем сигналів, у подвійний ряд Фур'є. За допомогою знайдених коефіцієнтів можна визначити параметри автоколивань класу систем, що розглядаються.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

- 1 Никифоров В. О., Ушаков А. В. Управление в условиях неопределенности: чувствительность, адаптация, робастность. – СПб.: СПбГИТМО (ТУ), 2002. – 232 с.
2. Дорф Р., Бишоп Р. Современные системы управления. – М.: Лаб. баз. знаний, 2002. – 832 с.
- 3 Гельднер К., Кубик С. Нелинейные системы управления. – М.: Мир, 1987. – 368 с.
4. Быкова Г. М. Метод обобщенной гармонической линеаризации по k-й гармонике при исследовании динамических характеристик нелинейных систем // Изв. вузов. Приборостроение. – 1990. – № 1. – С. 80 – 85
5. Старикова М. В. Исследование автоматических систем с логическими управляющими устройствами. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
6. Юхимчук С. В. Узагальнення методу описуючих функцій для неоднозначних нелінійних нестационарних систем // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 1997. – №4. – С. 5 – 9.

Юхимчук-Войтко Марія Сергіївна – магістрант інституту автоматики, електроніки і комп'ютерних систем управління, т. (8097) 722-60-22,
Вінницький національний технічний університет.